МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МУРМАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра ЦТМиЭ

Методические указания к самостоятельной работе
по дисциплине **"Алгебра и геометрия"** для направления подготовки/специальности 09.03.01 Информатика и вычислительная техника направленности/специализации Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем

Мурманск
2021 г.

Составитель – Богомолов Роман Анатольевич, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры цифровых технологий, математики и экономики Мурманского государственного технического университета.

Методические указания рассмотрены и одобрены на заседании кафедры 21.06.2021 г., протокол № 12 .

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина «Алгебра и геометрия» является базовой дисциплиной естественнонаучного цикла учебного плана. Целью изучения дисциплины «Алгебра и геометрия» является подготовка бакалавров в соответствии с рабочим учебным планом направления подготовки/специальности 09.03.01 Информатика и вычислительная техника направленности/специализации Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем, что предполагает освоение обучающимися теоретических знаний, их интеллектуальное развитие, формирование математического мышления, необходимого человеку для полноценной жизни в обществе, формирование представлений об идеях и методах алгебры и геометрии, о математике как форме описания и методе познания действительности, обеспечение математическим аппаратом естественнонаучных, общепрофессиональных и специальных дисциплин, формирование навыков самообразования.

Самостоятельной работе по изучению алгебры и геометрии в вузе отводится значительная доля учебного времени. В качестве самостоятельной работы в течение всего курса обучения предусматривается:

1) изучение теоретического материала при подготовке к занятиям;
2) выполнение домашних заданий по всем темам практических занятий;
3) выполнение расчетно-графических работ, предусмотренных рабочей программой дисциплины;
4) закрепление теоретического материала при подготовке к сессии.

Данные методические указания предназначены для помощи студентам в процессе их самостоятельной работы по изучению части курса алгебры и геометрии. Эти указания должны дать студентам представление о структуре предлагаемого к изучению курса, а также о содержании материала, объеме часов, выделяемых на самостоятельную работу. По каждой теме студентам предлагаются методические указания, требования, предъявляемые к нему, после изучения данной темы, список рекомендуемой учебной литературы и вопросы для самопроверки.

ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

Содержание разделов (модулей), тем дисциплины	Количество часов, выделяемых на самостоятельную работу по форме обучения	
	Очная	Заочная
1. Основы матричной алгебры.	20	30
2. Основы линейной алгебры.	30	40
3. Элементы аналитической геометрии.	10	30
4. Основные алгебраические структуры.	32	93
Итого:	92	193

СОДЕРЖАНИЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ИЗУЧЕНИЮ ТЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Тема 1. Основы матричной алгебры

При изучении темы особое внимание необходимо уделить определению основных видов матриц, действиям с матрицами, алгоритму Гаусса, понятию определителя, его свойствам и методам вычисления, обращению матриц, понятию ранга матрицы и способам его вычисления, системам линейных уравнений и методам их решения.

Изучив данную тему, студент должен:

знать:

- определение матрицы и виды матриц;
- основные действия с матрицами и их свойства;
- алгоритм Гаусса;
- понятие определителя и его основные свойства;
- методы вычисления определителей;
- определение матрицы, обратной данной;
- методы обращения матриц;
- ранг матрицы, его свойства и способы вычисления;
- определение системы линейных уравнений и их виды;
- методы решения крамеровских систем линейных уравнений;
- методы Гаусса и Гаусса-Жордана решения произвольных систем линейных уравнений;

уметь:

- производить действия с матрицами;
- приводить матрицу к ступенчатому виду алгоритмом Гаусса;
- вычислять значения определителей;
- обращать матрицы;
- находить ранг матрицы;
- решать крамеровские системы линейных уравнений матричным способом и по формулам Крамера;
- решать произвольные системы линейных уравнений методами Гаусса и Гаусса-Жордана;

владеть основными понятиями, методами и алгоритмами матричной алгебры .

Вопросы для самопроверки.

1. Основные действия с матрицами.
2. Алгоритм Гаусса.
3. Определители и их свойства.
4. Обращение матриц.
5. Ранг матрицы.
6. Формулы Крамера.
7. Метод Гаусса. Теорема Кронекера-Капелли.

Тема 2. Основы линейной алгебры

При изучении темы особое внимание необходимо уделить основным понятиям теории графов, таким, как понятие линейного пространства, базиса линейного пространства, координат вектора в базисе, линейные подпространства, линейные отображения, линейные операторы и действия с ними, собственные значения и собственные векторы линейного оператора, билинейные и квадратичные формы, приведение квадратичных форм к каноническому виду, понятие евклидова линейного пространства, процесс ортонормализации Грама-Шмидта, понятие сопряжённого оператора, самосопряжённые и ортогональные операторы.

Изучив данную тему, студент должен:

знать:

- определение линейного пространства;
- понятия линейной независимости векторов, базиса и координат вектора в базисе;
- понятие линейного подпространства;
- понятие линейного отображения, действия с линейными отображениями;
- понятие матрицы линейного отображения;
- понятие линейного оператора;
- собственные значения и собственные векторы линейного оператора;
- характеристический многочлен линейного оператора;
- теорему Кэли-Гамильтона;
- понятия билинейной и квадратичной форм, задание их матрицами;
- понятия скалярного произведения и евклидова линейного пространства;
- понятие нормы вектора и его свойства;
- процесс ортонормализации Грама-Шмидта;
- понятие сопряжённого оператора;
- Самосопряжённые и ортогональные операторы, их свойства.

уметь:

- проверять систему векторов на линейную независимость;
- раскладывать вектор по базису;
- пересчитывать координаты вектора при замене базиса;
- находить базисы суммы и пересечения линейных подпространств ;
- находить матрицы линейных отображений и линейных операторов в заданных базисах, пересчитывать эти матрицы при замене базисов;
- находить характеристический многочлен линейного оператора;
- находить собственные значения и собственные векторы линейного оператора;
- составлять матрицу квадратичной формы;
- приводить квадратичную форму к каноническому виду методом Лагранжа;
- составлять матрицу Грама;
- ортонормировать систему векторов методом Грама-Шмидта;
- приводить квадратичную форму к каноническому виду ортогональной заменой координат;

владеть основными понятиями, методами и алгоритмами линейной алгебры.

Вопросы для самопроверки.

1. Понятие линейного пространства.
2. Базис и координаты вектора.
3. Линейное подпространство.
4. Линейное отображение. Линейный оператор.
5. Характеристический многочлен линейного оператора.
6. Теорема Кэли-Гамильтона.
7. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.
8. Диагонализация линейного оператора.
9. Билинейные и квадратичные формы.
10. Метод Лагранжа.
11. Понятие скалярного произведения векторов.
12. Понятие евклидова линейного пространства.
13. Процесс ортонормализации Грама-Шмидта.
14. Понятие сопряжённого оператора.
15. Самосопряжённые и ортогональные операторы.

16. Приведение квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием координат.

Тема 3. Элементы аналитической геометрии

При изучении темы особое внимание необходимо уделить операциям над векторами в координатной форме, уравнениям прямой на плоскости, классификации кривых второго порядка, уравнению плоскости, уравнениям прямой в пространстве и их взаимному расположению.

Изучив данную тему, студент должен:

знать:

- аффинную и полярную системы координат на плоскости и в пространстве;
- основные понятия и определения векторной алгебры: вектор, его длину и направляющие косинусы, проекцию вектора на ось и координаты вектора;
- линейные операции над векторами и их свойства;
- скалярное, векторное, смешанное произведения векторов и их приложения;
- условия линейной независимости векторов в пространстве;
- общее и нормальное уравнения прямой на плоскости, уравнение прямой с угловым коэффициентом;
- определения плоских кривых второго порядка: окружности, эллипса, гиперболы, параболы;
- основные характеристики плоских кривых второго порядка: фокусы, полуоси, директрисы, эксцентриситет;
- преобразование уравнений линий при замене аффинной системы координат;
- общее и нормальное уравнения плоскости;
- общие, канонические и параметрические уравнения прямой в пространстве;
- канонические уравнения поверхностей второго порядка и их вид;

уметь:

- производить линейные операции над векторами графически и в координатной форме;
- вычислять скалярное, векторное и смешанное произведение векторов, применять их при решении задач;
- определять декартовы и полярные координаты точек на плоскости;
- находить уравнение прямой на плоскости: проходящей через данную точку с данным угловым коэффициентом; проходящей через две заданные точки;
- находить угол между прямыми и расстояние от точки до прямой на плоскости;
- приводить уравнения кривых второго порядка к каноническому виду и находить их основные характеристики;
- решать простые геометрические задачи на плоскости с использованием уравнения прямой и уравнений кривых второго порядка;
- находить уравнение плоскости: проходящей через данную точку с заданным нормальным вектором; проходящей через три заданные точки;
- находить расстояния: от точки до плоскости; от точки до прямой; между прямыми в пространстве;
- находить уравнения прямой, проходящей через данную точку с данным направляющим вектором, проходящей через две заданные точки в пространстве;
- находить углы: между прямыми; между плоскостями; между прямой и плоскостью.

владеть методами векторной алгебры и аналитической геометрии.

Вопросы для самопроверки.

1. Дайте определения проекции вектора на ось.

2. Дайте определение скалярного произведения двух векторов.
3. Дайте определение векторного произведения двух векторов.
4. Дайте определение смешанного произведения трех векторов.
5. Опишите связь между декартовыми и полярными координатами точки на плоскости.
6. Запишите уравнения наклонной, вертикальной и горизонтальной прямых на плоскости.
7. Запишите каноническое уравнение эллипса и укажите его основные характеристики.
8. Запишите каноническое уравнение гиперболы и укажите ее основные характеристики.
9. Запишите каноническое уравнение параболы и укажите ее основные характеристики.
10. Опишите способы задания плоскости в пространстве.
11. Опишите способы задания прямой в пространстве.
12. Сформулируйте правило определения взаимного расположения прямой и плоскости.

Тема 4. Основные алгебраические структуры

При изучении темы особое внимание необходимо уделить знанию основных понятий классических алгебраических теорий, таких, как алгебраические операции, полугруппы, моноиды, группы, кольца, тела и поля, модули и линейные пространства.

Изучив данную тему, студент должен:

знать:

- понятие алгебраической операции, понятие таблицы Кэли бинарной алгебраической операции;
- понятие полугруппы;
- понятие моноида;
- понятие группы;
- понятие ассоциативного кольца;
- понятия тела;
- понятие поля;
- понятие модуля над ассоциативным кольцом;
- понятие линейного пространства над полем;
- понятия подгруппы, подкольца, подтела, подполя, подмодуля;
- понятие класса смежности группы по подгруппе, формулировку теоремы Лагранжа;
- понятие порядка элемента группы;
- понятия нормальной подгруппы и факторгруппы группы по её нормальной подгруппе;
- понятия идеала ассоциативного кольца и факторкольца кольца по его идеалу;
- формулировку теоремы о гомоморфизме в случааях групп, колец и модулей;
- понятие кольца многочленов над коммутативным кольцом с единицей;
- понятие простого алгебраического расширения поля, его арифметику.

уметь:

- описывать алгебраические операции таблицами;
- производить вычисления в полугруппах, моноидах, группах, кольцах, телах, полях и модулях;
- находить гомоморфизмы групп, колец и модулей;
- описывать подструктуры классических алгебраических структур;
- находить системы образующих заданной классической алгебраической структуры;
- находить факторструктуры;
- проверять выполнение тождества в заданной алгебраической структуре;
- соотносить основные понятия классических алгебраических теорий с соответствующими понятиями общей алгебры;

владеть основными понятиями, методами и алгоритмами классических алгебраических теорий .

Вопросы для самопроверки.

1. Алгебраическая операция.
2. Таблица Кэли.
3. Полугруппа.
4. Моноид.
5. Группа.
6. Ассоциативное кольцо.
7. Тело.
8. Поле.
9. Модуль.
10. Линейное пространство.
11. Подгруппа.
12. Идеал.
13. Подтело.
14. Подполе.
15. Подмодуль.
16. Линейное подпространство.
17. Нормальная подгруппа.
18. Идеал.
19. Факторгруппа.
20. Факторкольцо.
21. Фактормодуль.
22. Факторпространство.
23. Гомоморфизм групп.
24. Гомоморфизм колец.
25. Гомоморфизм модулей.
26. Гомоморфизм линейных пространств (линейное отображение).
27. Теорема о гомоморфизме (в различных версиях).
28. Тождество.
29. Элемент, алгебраический над данным полем.
30. Элемент, трансцендентный над данным полем.
31. Расширение полей. Алгебраическое расширение полей.
32. Многочлен, неприводимый над данным полем.
33. Простое алгебраическое расширение полей.

ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ «МАТЕМАТИКА»

Основная литература

1. Кострикин, А.И. Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. - Москва : МЦНМО, 2009. - Ч. 1. Основы алгебры. - 273 с. - ISBN 978-5-94057-453-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63140
2. Кострикин, А.И. Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. - Москва : МЦНМО, 2009. - Ч. 2. Линейная алгебра. - 368 с. - ISBN 978-5-94057-454-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63144
3. Решение задач из курса аналитической геометрии и линейной алгебры / Беклемишев Д.В. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2014. - http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922114806.html
4. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Электронный ресурс]: Учеб. для вузов. / Беклемишев Д. В. - 12-е изд., испр. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922109796.html

Дополнительная литература

1. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии : учеб. пособие для вузов / Д. В. Клетеник; под ред. Н. В. Ефимова. - 17-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Профессия, 2007, 2003 ; Москва. - 200 с. : ил. Количество экземпляров в библиотеке: абонемент – 378.